Pontificia Universidad Javeriana
Juan Camilo Olaya F.
Algebra Lineal

Ejercicio: Segundo Parcial de Algebra Lineal (8 de abril de 2006)

Problema: Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ ϵ a R^3, no paralelos, tales que :

$$\left\|\vec{v}\right\| = 1 \quad y \quad \left\|\vec{v} \otimes \vec{u}\right\| = 2 \text{ si}$$

$\vec{w} = (\vec{v} \otimes \vec{u}) - \vec{v}$, entonces $\left\|\vec{w}\right\|$ es igual a :

a. 1 b. 5 c. $\sqrt{5}$ d. $\sqrt{3}$ e. 3

Solución:

- Que me dan:
  - $\rightarrow$ $\vec{u}$ y $\vec{v}$ ϵ a R^3
  - $\rightarrow$ no paralelos
  - $\rightarrow$ $\vec{w} = (\vec{v} \otimes \vec{u}) - \vec{v}$
  - $\rightarrow$ v = 1 y $\left\|\vec{v} \otimes \vec{u}\right\|$=2
- Que me piden:
  - $\rightarrow$ $\|\vec{w}\|$

Demostración:

$\|\vec{w}\| = \left\|(\vec{v} \otimes \vec{u}) - \vec{v}\right\|$

$\|\vec{w}\|=\sqrt{((u \otimes v - v) - v) \cdot ((u \otimes v - v) - v))}$

$\rightarrow$ Por propiedades de la norma $\|\vec{u}\| = \sqrt{u \cdot u}$ y $\|\vec{u}\|^2 = u \cdot u$

$\|\vec{w}\|=\sqrt{(u \otimes v) \cdot (u \otimes v) - (u \otimes v) \cdot v - v(u \otimes v) + v \cdot v}$

$\rightarrow$ Por ley distributiva $u \cdot (a + b) = u \cdot a + u \cdot b$

$\|\vec{w}\|=\sqrt{\|u \otimes v\|^2 + v^2}$

$\rightarrow$ Por propiedades de la norma

$\|\vec{w}\|=\sqrt{4+1}$

$\|\vec{w}\|= \sqrt{5}$